

PAM — PROGRAMA AVANÇADO DE MATEMÁTICA — 2002
PROVA DE SELEÇÃO

1. Dados números x e y tais que $xy = 0$ prove que $x = 0$ ou $y = 0$.
2. Prove que $\frac{a/b}{c/d} = \frac{ad}{bc}$, se $b, c, d \neq 0$.
3. Ache todos os números x tais que $|x - 1| + |x - 2| < 3$.
4. Dados números $a_1, \dots, a_n$ prove por indução que

$$\left| \sum_{i=1}^n a_i \right| \leq \sum_{i=1}^n |a_i|$$

5. Prove que não existe um número racional x tal que $x^3 = 2$.
6. Considere a sequência $a_1, a_2, a_3 \dots$ definida indutivamente por
$$a_1 = 1,$$
$$a_2 = 5,$$
$$a_{n+2} = 5 a_{n+1} - 6 a_n, \text{ para todo } n \geq 1.$$

Prove que $a_n = 3^n - 2^n$ para todo n natural.